

## L'esplorazione dello spazio con Cabri 3D

Attività di costruzione, osservazione, riflessione e discussione sulla geometria solida con l'ausilio del software Cabri 3D.

Classe: V elementare

Argomento: costruzione di figure con Cabri 3D

Autore: Cristiana Lanciotti, insegnante di matematica alla scuola superiore e membro del Nucleo di Ricerca in Didattica della Matematica dell'Università di Bologna.

### Introduzione

Gli studi di Didattica della Matematica sottolineano ormai da diverso tempo l'importanza che hanno, nella risoluzione di un problema, le immagini mentali che l'allievo si fa di esso.

Pensiamo allora alla geometria e ai suoi oggetti di studio: fondamentale è la loro componente figurale (imprescindibile tuttavia da quella teorica).

All'interno di queste riflessioni l'uso del software che proponiamo intende essere, innanzitutto, un'occasione per favorire e stimolare negli allievi il formarsi di *immagini mentali* ricche e suggestive. In secondo luogo esso offre la possibilità di riconoscere proprietà, disegnare, modificare e manipolare oggetti, in tempo reale, permettendo così allo studente di tenere sotto controllo contemporaneamente le due componenti figurale e teorica a cui abbiamo accennato

Un secondo aspetto fondamentale di questo tipo di attività riguarda l'attenzione al linguaggio. Ogni studente infatti sarà costretto a scegliere tra oggetti che sono sfere, piramidi, poligoni, ma anche rette, segmenti, vertici...Il menù stesso comprende solo termini tecnici corretti e questo aiuterà l'allievo a denominare con il proprio nome specifico ciascuno di essi.

Sempre rispetto alla problematica dei linguaggi, le attività di questo laboratorio hanno anche un altro obiettivo: che gli allievi si allenino nell'uso e nella conversione di diverse rappresentazioni.

Rispetto ad altre forme di conoscenza, la matematica ha, infatti, una sua specificità: gli oggetti che essa studia non esistono nella realtà, possono solo essere rappresentati all'interno di un registro semiotico, fatto cioè di segni. L'uso di rappresentazioni nei diversi linguaggi allora, o per meglio dire i registri, diventa fondamentale. Si tratta di una competenza fondamentale che, al contrario di quanto siamo portati a pensare, non si apprende per osmosi, ma grazie ad attività mirate.

Con Cabri 3D è inoltre possibile modificare in molti modi l'aspetto di punti, linee, superfici, evitando così il rischio di stereotipi rigidi e radicati relativi agli enti geometrici.

"Lo studente", infatti, "nel tempo costruisce un concetto e se ne fa un'immagine; questa immagine può essere stata validata e rinforzata nel corso del suo curriculum scolastico da prove, esperienze ripetute, figure, esercizi risolti e accettati dall'insegnante come corretti. Ma può capitare che tale immagine si riveli inadeguata, prima o poi, rispetto ad un'altra dello stesso concetto...Ciò crea un conflitto..." (D'Amore, 1999). Le attività che proponiamo intendono, quindi, indurre gli allievi ad affrontare situazioni "insolite" per riflettere sulla natura di ciò che si studia.

È importante, a nostro avviso, che questo tipo di attività sia vissuto dagli studenti in prima persona: dobbiamo fare in modo quindi che siano loro a costruire, osservare e scoprire relazioni.

Come in ogni laboratorio il nostro compito sarà, quindi, di favorire la discussione e l'argomentazione e di istituzionalizzare l'apprendimento.

### Prerequisiti

Trattandosi di un laboratorio in cui viene adoperato il computer e un software pensiamo che gli studenti debbano conoscere le funzioni principali del software in questione e saper usare a livelli base un pc. Per quanto riguarda i prerequisiti "geometrici" possiamo lavorare precedentemente con i nostri studenti in attività di manipolazione e osservazione di solidi tridimensionali.

## Durata

Possiamo dedicare due ore ad ogni attività proposta.

## Materiale

Un computer per ogni due o tre studenti, il software Cabri 3D

## Obiettivi

Le attività di questo laboratorio puntano l'attenzione sull'esplorazione delle proprietà degli oggetti della geometria e delle relazioni che esistono fra essi. Per meglio comprendere quali sono gli obiettivi che ci poniamo prendiamo in prestito le parole di Jean- Marie Laborde, l'ideatore di questo software: "Cabri è basato sulla manipolazione diretta ed è incentrato sull'utente. L'utente può essere essenzialmente un principiante; colui che impara può essere un ricercatore ad alto livello, ma può essere anche un bambino di scuola materna, un insegnante, uno studioso di didattica o qualunque tipo di persona. Cabri è uno strumento al cui centro vi è l'utente (*user-centered*).” Queste potenzialità di Cabri, permettono di lavorare su situazioni problematiche che coinvolgano competenze di tipo molto diverso: saper lavorare con diverse rappresentazioni, acquisire un linguaggio specifico corretto, argomentare...

## Attività

Poiché si tratta di un laboratorio che prevede l'uso del Cabri 3D, prima di proporre delle attività, cercheremo nel poco spazio a disposizione di introdurre un po' questo software e le sue funzioni principali.

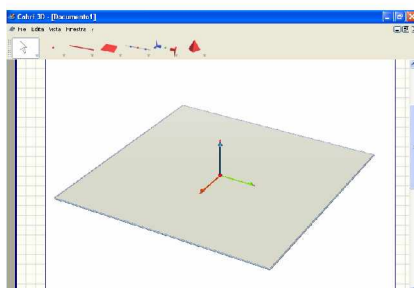
Iniziamo con la spiegazione di questo nome CABRI: si tratta di un acronimo che abbrevia la dicitura **C**ahier de **B**ruillon **I**nteractive, ossia quaderno di brutta interattivo. È di questo che si tratta infatti, cioè, di un tipo di software che permette di lavorare in modo interattivo su figure geometriche. La prima generazione di Cabri- Géomètre ha già ceduto il posto a Cabri II e Cabri II plus; recente poi è la versione 3D. È importante ricordare che il progetto Cabri nasce e si sviluppa all'interno di un gruppo costituito da ricercatori e insegnanti di differenti discipline.

Passiamo ora ad illustrare il software nei suoi menù e nelle sue caratteristiche.

Lanciamo il programma cliccando due volte sull'icona



Si apre una pagina di questo tipo:

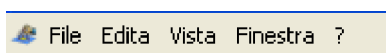


nella quale compaiono nell'ordine

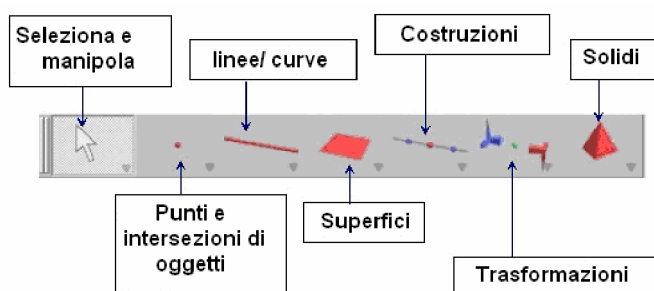
la barra del titolo



la barra dei menù



e la barra delle icone che passiamo subito ad illustrare:



Ogni icona contiene un certo numero di strumenti all'interno di un menù a tendina visualizzabile con un click del mouse. Per esempio, selezionando l'icona delle curve compare:



Costruire un oggetto è molto semplice: si seleziona l'oggetto si inseriscono i dati richiesti e la costruzione è fatta. Per sapere ogni volta quali sono gli oggetti da inserire per una costruzione basta ricordare che esiste la seguente convenzione: gli oggetti da dare in ingresso sono indicati col colore blu, la costruzione finale in rosso, le trasformazioni in verde:



Punto medio. Punto medio tra due punti. Punto medio di un segmento.

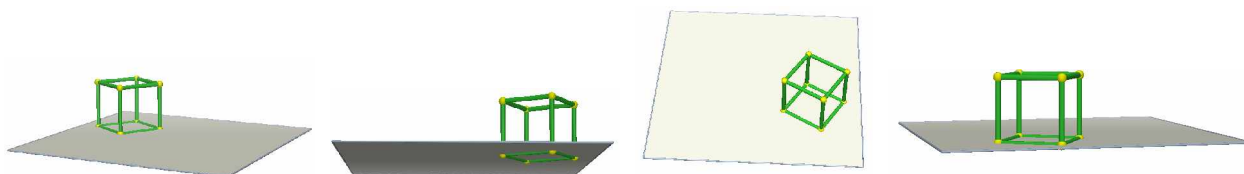


Parallelo(a). Retta parallela a una retta (o parte di retta) e passante per un punto.  
Piano parallelo a un piano (o parte di piano) e passante per un punto.



Simmetria centrale. Simmetria definita da un punto il suo centro.

È possibile inoltre cambiare l'orientazione del punto di vista tenendo premuto il pulsante destro del mouse e muovendo il mouse.



Per una guida più completa all'uso del software rimandiamo alla guida che viene consegnata con Cabri 3D e all'indirizzo e-mail:

<http://www.chartwellyorke.com/cabri3d/introtocabri3d.htm>.

Passiamo ora alle attività proposte.

### ESPLORAZIONE LIBERA

Dopo una breve presentazione del semplice menù che lo contraddistingue, lasciamo liberi i nostri studenti di disegnare e colorare le figure che preferiscono. Tramite il menù comandi e la barra delle opzioni potranno disegnare piani, solidi, punti, rette, ma potranno divertirsi ancor di più a creare figure composte e colorate.

La prima volta che usiamo il programma potremmo dedicare il laboratorio alla esplorazione dei comandi e delle opzioni, magari proponendo ai nostri studenti di ricostruire degli oggetti che abbiamo in classe organizzando una sfida a squadre.

Mano a mano prenderanno confidenza con il software e allora le attività da proporre potrebbero essere le seguenti:

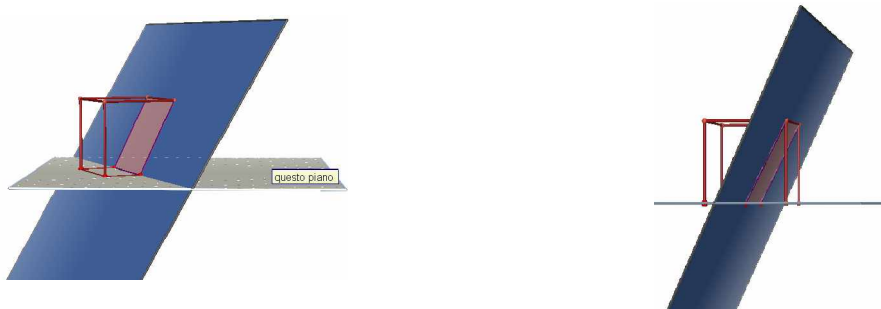
### GARA DI CONVERSIONE

Invitiamo gli studenti a dividersi a coppie. Ciascuna coppia costruisce con Cabri 3D un solido a suo piacere colorandolo come vuole. Una volta che tutte le coppie hanno terminato inizia la gara. Ad un membro di ciascuna coppia viene proposta una costruzione svolta da altri: deve descriverla in modo tale che il suo compagno riesca a riprodurla nel più breve tempo possibile. Si affrontano due coppie alla volta con la regola dell'eliminazione diretta. Il torneo terminerà con la finale tra le due coppie più veloci e precise.

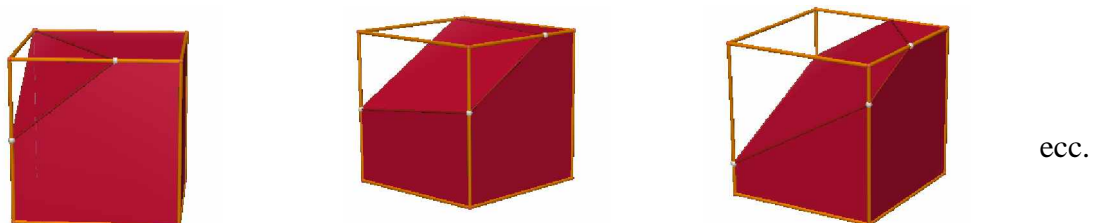
Lasciamo che siano gli studenti ad organizzare la gara e ad eleggere di volta in volta un giudice.

### LE SEZIONI

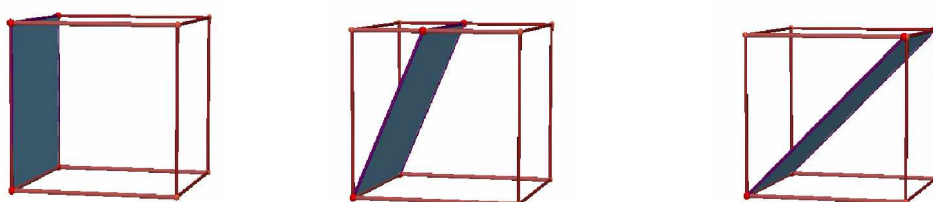
Con questo software è possibile studiare le sezioni di ogni solido in modo dinamico:



Proponiamo ai nostri studenti di costruire tante sezioni di un cubo in modo da ottenere quanti più poligoni possibili:



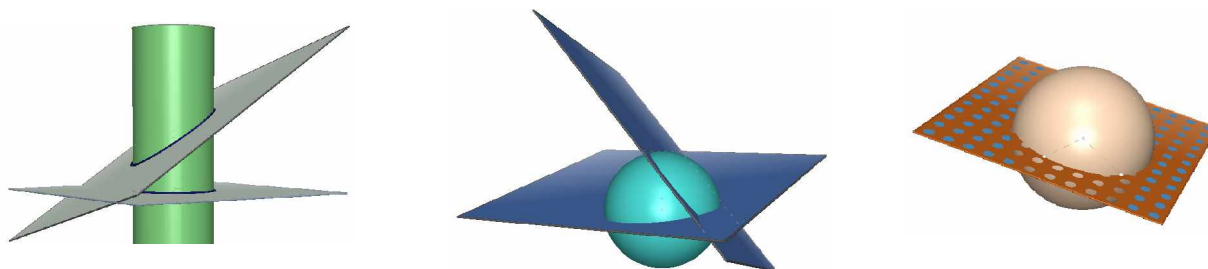
Osserviamo alcune delle sezioni ottenute:



Queste in particolare si ottengono l'una dall'altra solo muovendo dei punti. Si tratta di sezioni che hanno delle caratteristiche in comune: quali? Proponiamo ai nostri studenti di costruire tante sezioni di un cubo in modo da ottenere tutti i tipi di parallelogrammi, o tutti i tipi di triangoli...

In questo modo dallo studio dei solidi passiamo all'osservazione e all'analisi delle caratteristiche delle figure piane che già conosciamo.

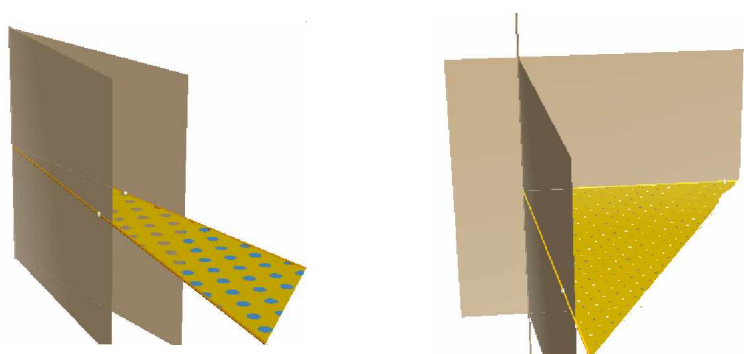
Possiamo allo stesso modo esaminare anche i solidi di rotazione cercando di capire che cosa si ottiene sezionandoli:



Invitiamo i nostri studenti a svolgere questa attività in piccoli gruppi e a redigere alla fine una relazione dettagliata del loro lavoro.

### GLI ANGOLI IN 2 E 3D

Possiamo usare questo software anche per introdurre nuovi argomenti. La semplicità con cui riusciremo a manipolare gli oggetti e la visualizzazione in 3D potrebbe infatti aiutare la comprensione. Così come nel caso degli angoli nel piano, potremmo introdurre i diedri mostrando una costruzione dinamica come la seguente



ecc.

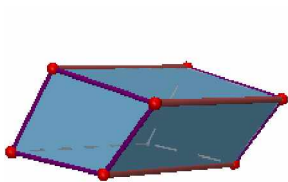
In quasi tutti i libri di testo angoli e diedri sono introdotti rispettivamente dalle seguenti definizioni:

L'angolo è ciascuna delle due parti di piano delimitate da due semirette aventi la stessa origine.

Il diedro è ciascuna delle due parti di spazio limitata da due semipiani aventi la stessa origine.

Queste due definizioni sono a volte alla base, di forti misconcezioni. A questi livelli, dunque è più significativa, a nostro avviso, una serie di attività volte per esempio all'osservazione, alla manipolazione e al confronto di misura di angoli e diedri in un solido:

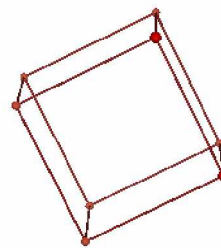
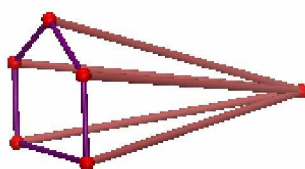
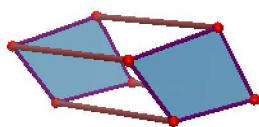
Costruiamo solidi che abbiano angoli e diedri di varie misure:



Oppure costruiamo solidi che abbiano angoli e diedri di  $90^\circ$ , ecc.

### CACCIA AL SOLIDO

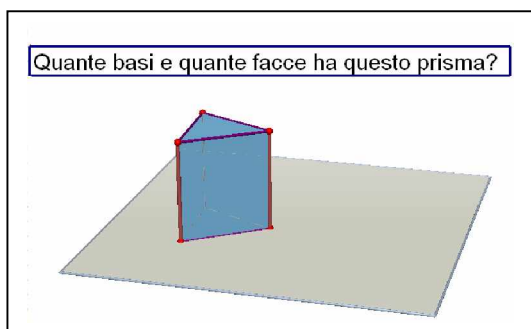
Lavoriamo ancora sulle misconcezioni e proponiamo ai nostri studenti di preparare delle schede quiz da sottoporre ai propri compagni che dovranno riconoscere il tipo di solidi costruiti. Qualche allievo potrebbe pensare di aumentare la difficoltà del quiz proponendo figure del tipo:



Siamo infatti abituati a osservare i solidi sempre in posizioni standard, quale potrebbe essere la risposta dei nostri studenti a sollecitazioni di questo tipo?

Queste schede quiz potrebbero anche contenere domande sulle caratteristiche dei diversi solidi: in questo modo gli allievi, nello spirito della gara, sono costretti ad osservare attentamente le figure per poter proporre domande "difficili".

Se tra le domande del test non dovesse mai comparire poniamo noi questo quesito alla classe chiedendo di rispondere portando delle prove:

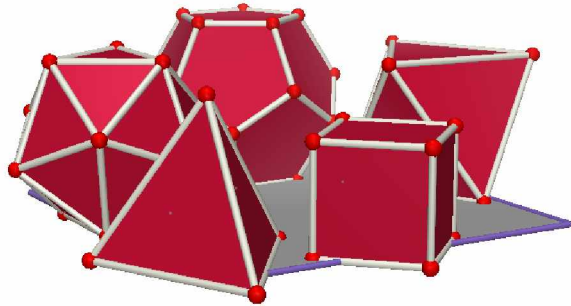


Questo tipo di attività richiede il nostro impegno a favorire situazioni di apprendimento collaborativi in grado di potenziare gli strumenti di indagine che gli studenti dimostrano già di possedere, senza imporre risposte e argomentazioni, ma privilegiando sempre la discussione.

## I POLIEDRI PLATONICI E LA FORMULA DI EULERO

Possiamo concludere questa proposta di laboratorio con un'attività ancora incentrata sull'osservazione e sull'analisi delle proprietà:

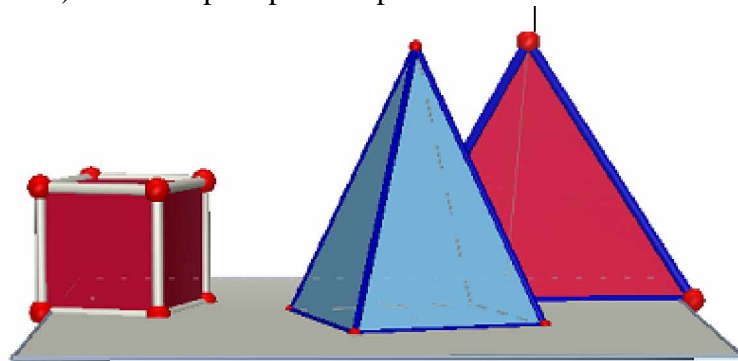
proponiamo ai nostri studenti di ricostruire con Cabri 3D i poliedri platonici di cui forniremo un disegno:



A questi livelli non importa la precisione della costruzione tecnica, ma la capacità di riuscire a passare da una rappresentazione piana ad una in 3D.

Poiché possiamo cambiare il punto di osservazione dei solidi costruiti, potremo quindi più facilmente ricercare le loro proprietà, tra cui ad esempio il legame che c'è tra il numero di vertici, il numero di facce e il numero di spigoli per ogni solido.

Proviamo poi a vedere se questa relazione (la formula di Eulero: numero di vertici + numero di facce = numero di spigoli + 2) vale solo per i poliedri platonici.



CONTIAMO VERTICI FACCE E SPIGOLI...			
POLIEDRI	n. vertici	n.facce	n. spigoli
CUBO			
PIRAMIDE			
TETRAEDO			
.....			

### Bibliografia

D'Amore B. (1999), *Elementi di Didattica della Matematica*. Bologna. Pitagora.

D'Amore B. (1997), *Geometria*. Milano. Franco Angeli

Arrigo G., Sbaragli S. (2004), *I solidi*, Roma, Carocci Faber

